

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича
Навчально-науковий інститут фізико - технічних та комп'ютерних наук
Кафедра термоелектрики та медичної фізики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Директор навчально-наукового інституту
фізико-технічних та комп'ютерних наук

Олег АНГЕЛЬСЬКИЙ
09-го серпня 2024 року

РОБОЧА ПРОГРАМА

навчальної дисципліни

Теорія ймовірностей і математична статистика

(обов'язкова)

Освітньо-професійна програма Прикладна фізика та наноматеріали

Спеціальність 105 Прикладна фізика та наноматеріали

Галузь знань 10 Природничі науки

Рівень вищої освіти Перший (бакалаврський)

Навчально-науковий інститут фізико-технічних та комп'ютерних наук

Мова навчання Українська

Чернівці 2024 рік

Робоча програма навчальної дисципліни **«Теорія ймовірностей і математична статистика»** складена відповідно до освітньо-професійної програми «Прикладна фізика та наноматеріали» підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 105 Прикладна фізика та наноматеріали галузі знань 10 Природничі науки, затвердженої Вченою радою Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича (Протокол № 8 від «27» травня 2024 року).

Розробник:

Головацький Володимир Анатолійович, професор, доктор фізико-математичних наук, професор.

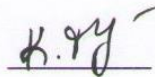
Викладач:

Головацький Володимир Анатолійович, професор, доктор фізико-математичних наук, професор.

Погоджено з гарантом ОП і затверджено на засіданні кафедри термoeлектрики та медичної фізики ННІФТКН ЧНУ імені Юрія Федьковича

Протокол № 1 від 09 серпня 2024 року

В.о. завідувача кафедри



Кобилянський Р.Р.

Схвалено методичною радою ННІФТКН

Протокол № 1 від 09 серпня 2024 року

Голова методичної ради ННІФТКН



Козярський І.П.

Пояснювальна записка

Анотація дисципліни

Розкриття змісту основних імовірнісних закономірностей поведінки фізичних величин і систем та їх статистичного опису та аналізу. Нормативна дисципліна «Теорія ймовірності та математична статистика» є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр» та базовою для вивчення інших фізико-математичних дисциплін. Програма курсу орієнтована на студентів, які вже знайомі з математичним аналізом або вивчають його паралельно. Разом з вивченням дисципліни «Теорія ймовірності та математична статистика» студенти знайомляться з основами програмування та математичного моделювання, які використовують для розв'язання фізичних та інженерно-технічних задач ймовірнісно-статистичними методами.

Результати навчання полягають у знанні фундаментальних законів теорії ймовірностей та математичної статистики, основних розподілів випадкових величин та їхніх числових характеристик, закону великих чисел та центральних граничних теорем, статистичних оцінок параметрів розподілів випадкових величин. Методи викладання: лекції, консультації, практичні заняття. Методи оцінювання: опитування в процесі практичних занять, тестові завдання, модульні контрольні роботи після основних розділів курсу та залік. Для ознайомлення у даному курсі розглядаються розв'язки задач теорії ймовірностей за допомогою хмарних технологій Wolfram Mathematica.

Мета навчальної дисципліни: Формування системи теоретичних знань і практичних навичок з основ ймовірнісно-статистичного апарату, основних методів кількісного вимірювання випадковості дії факторів, що впливають на будь-які процеси, засад теорії ймовірностей та математичної статистики для розв'язування фізичних та інженерно-технічних задач, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів. Формування навичок комп'ютерного моделювання для розв'язання фізичних та інженерно-технічних задач ймовірнісно-статистичними методами.

Пререквізити. Для успішного вивчення дисципліни «Теорія ймовірності та математична статистика» студенти повинні володіти основними елементами курсу: «Математичний аналіз»

Завдання вивчення навчальної дисципліни: полягає у формуванні в студентів системи знань про ймовірнісні моделі випадкових явищ і методи статистичного аналізу даних. Студенти мають опанувати інструменти для побудови та дослідження математичних моделей невизначеності, а також навички застосування статистичних методів у прикладних задачах.

Результати навчання

Відповідно до освітньо-професійної програми «Прикладна фізика та наноматеріали», вивчення дисципліни «Теорія ймовірності та математична статистика» сприяє формуванню у здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти таких **компетентностей**:

Інтегральна компетентність

ІК. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної фізики та наноматеріалів, що передбачає застосування теорій та методів фізики, математики та інженерії й характеризується комплексністю та невизначеністю умов

Загальні та фахові компетентності :

ЗК1. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК2. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.

ЗК7. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ФК2. Здатність брати участь у плануванні і виконанні експериментів та лабораторних

досліджень властивостей фізичних систем, фізичних явищ і процесів, обробленні й презентації їхніх результатів.

ФК6. Здатність використовувати сучасні теоретичні уявлення в галузі фізики для аналізу фізичних систем.

ФК7. Здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності.

Програмні результати навчання :

РН1. Знати і розуміти сучасну фізику на рівні, достатньому для розв'язання складних спеціалізованих задач і практичних проблем прикладної фізики.

РН2. Застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей фізичних процесів.

РН3. Застосовувати ефективні технології, інструменти та методи експериментального дослідження властивостей речовин і матеріалів, включаючи наноматеріали, при розв'язанні практичних проблем прикладної фізики.

РН4. Застосовувати фізичні, математичні та комп'ютерні моделі для дослідження фізичних явищ, розробки приладів і наукоємних технологій.

РН6. Відшукувати необхідну науково-технічну інформацію в науковій літературі, електронних базах, інших джерелах, оцінювати надійність та релевантність інформації.

РН7. Класифікувати, аналізувати та інтерпретувати науково-технічну інформацію в галузі прикладної фізики

РН8. Вільно спілкуватися з професійних питань державною та англійською мовами усно та письмово.

РН12. Розуміти закономірності розвитку прикладної фізики, її місце в розвитку техніки, технологій і суспільства, у тому числі в розв'язанні екологічних проблем.

РН13. Оцінювати фінансові, матеріальні та інші витрати, пов'язані з реалізацією проектів у сфері прикладної фізики, соціальні, екологічні та інші потенційні наслідки реалізації проектів.

Опис змісту робочої програми навчальної дисципліни

Загальна інформація про розподіл годин

Назва навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика»												
Форма навчання	Рік підготовки	Семестр	Кількість			Кількість годин						Вид підсумкового контролю
			кредитів	годин	змістових модулів	лекції	практичні	семінарські	лабораторні	самостійна робота	індивідуальні завдання	
Денна	1	2	4	120	3	30	30	-	-	60		залік

Структура змісту навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма						Заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Змістовий модуль 1. Елементи теорії ймовірності .												
Тема 1. Множини та дії над ними	8	2	2			4						
Тема 2. Основні поняття теорії ймовірностей	8	2	2			4						
Тема 3. Елементи комбінаторики	8	2	2			4						
Тема 4. Основні теореми теорії ймовірностей	8	2	2			4						
Тема 5. Надійність системи	8	2	2			4						
Тема 6. Формула повної ймовірності. Формули Байєса	8	2	2			4						
Тема 7. Послідовності незалежних випробувань. Формула Бернуллі. Граничні теореми	12	3	3			6						
Разом за 3М1	60	15	15			30						
Змістовий модуль 2. Числові характеристики та розподіли випадкових величин												
Тема 8. Числові характеристик. випадкових величин	16	4	4			8						
Тема 9. Розподіли випадкових величин. Рівномірний. Біномний. Геометричний. Пуассона. Показниковий. Гіпергеом.	16	4	4			8						
Тема 10. Імовірнісна твірна функція. Послідовність незалежних випробувань із різними імовірностями	8	2	2			4						
Тема 11. Багатовимірні випадкові величини	8	2	2			4						
Тема 12. Закони великих чисел	4	1	1			2						
Тема 13. Основні поняття математичної статистики	8	2	2			4						
Разом за 3М2	60	15	15			30						
Усього годин	120	30	30			60						

Тематика лекційних занять з переліком питань

№	Назва теми лекції
1.	Основи теорії множин у контексті теорії ймовірностей. Операції над множинами. Візуалізація за допомогою діаграм Ейлера-Венна
2.	Випадкові події та означення ймовірності: класичне, статистичне, геометричне
3.	Комбінаторика в теорії ймовірностей: перестановки, розміщення, сполучення
4.	Основні аксіоми та теореми теорії ймовірностей. Задача Берштейна
5.	Основи теорії надійності. Розрахунок надійності складених систем
6.	Формула повної ймовірності та формули Байєса. Ймовірність гіпотез
7.	Послідовності незалежних випробувань. Формула Бернуллі. Граничні теореми
8.	Випадкові величини. Розподіли: дискретні та неперервні
9.	Числові характеристики випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія, моменти
10.	Найважливіші закони розподілу: біномний, геометричний, Пуассона, показниковий, гіпергеометричний, рівномірний
11.	Ймовірнісні твірні функції. Незалежні випробування з різними ймовірностями
12.	Багатовимірні випадкові величини. Спільні розподіли та умовні ймовірності
13.	Залежність випадкових величин. Кореляція, рівняння регресії, кореляційна матриця
14.	Закони великих чисел. Центральна гранична теорема
15.	Вступ до математичної статистики. Емпіричні розподіли, числові характеристики вибірок

Тематика практичних занять з переліком питань

№	Назва теми (завдання)
1.	Операції над множинами. Побудова діаграм Ейлера–Венна. Вправи з Union, Intersection, Complement у Wolfram Mathematica
2.	Розв’язування задач на класичне, статистичне та геометричне означення ймовірності
3.	Комбінаторні задачі: перестановки, розміщення, сполучення. Використання функцій Permutations, Binomial, Subsets у Mathematica
4.	Задачі на застосування формул додавання та множення ймовірностей. Задача Берштейна
5.	Обчислення надійності для послідовного та паралельного з’єднання елементів системи
6.	Задачі на застосування формули повної ймовірності та формул Байєса. Аналіз ймовірностей гіпотез. Переоцінка гіпотез
7.	Розв’язування задач на послідовності незалежних випробувань: формули Бернуллі, Пуассона, Лапласа
8.	Задачі на побудову і вивчення дискретних та неперервних випадкових величин
9.	Обчислення числових характеристик: математичного сподівання, дисперсії, моментів для заданих розподілів
10.	Розв’язування задач на типові розподіли: біномний, геометричний, Пуассона, рівномірний, гіпергеометричний
11.	Побудова і застосування ймовірнісних твірних функцій. Задачі на повторні випробування з різними ймовірностями
12.	Задачі на двовимірні розподіли ймовірностей. Функція розподілу та густина ймовірностей
13.	Обчислення умовного математичного сподівання, коефіцієнта кореляції, рівняння регресії
14.	Задачі на застосування законів великих чисел. Центральна гранична теорема
15.	Опрацювання вибірових даних. Побудова гістограм і полігонів. Обчислення емпіричних функцій розподілу та статистичних характеристик вибірок

Завдання для самостійної роботи студентів

№	Назва теми
1	Моделювання в системі Wolfram Mathematica Cloud на дії з множинами та елементами комбінаторики.
2	Розв'язання задач в системі Wolfram Mathematica Cloud. Формула класичної ймовірності. Відносна частота події. Статистична ймовірність. Геометрична ймовірність.
3	Теорема додавання ймовірностей несумісних подій. Теорема множення ймовірностей незалежних подій. Умовна ймовірність. Теорема додавання ймовірностей сумісних подій. Теорема множення ймовірностей залежних подій. Розв'язання задач в системі Wolfram Mathematica Cloud
5	Розв'язання задач на розрахунок ймовірностей на схемою Бернуллі в системі Wolfram Mathematica Cloud.
6	Розрахунки в Mathematica моментів випадкових величин.
7	Багатовимірні випадкові вектори. Числові характеристики дискретних і неперервних багатовимірних випадкових величин.
8	Нерівність Маркова. Нерівність Чебишева. Теорема Чебишева. Закон великих чисел Чебишева. Теорема Пуассона. Закон великих чисел Пуассона. Теорема Бернуллі. Закон великих чисел Бернуллі.
9	Біноміальний розподіл. Рівномірний розподіл. Розподіл Пуассона. Показниковий розподіл. Нормальний розподіл.
10	Предмет вивчення та історія розвитку математичної статистики. Генеральна сукупність. Вибірка, розподіл вибірки. Види вибірок. Способи відбору.
11	Побудова гістограм в системі Wolfram Mathematica Cloud
12	Підбір згладжувальної функції статистичного розподілу. Вирівнювання статистичного ряду за допомогою нормального розподілу.
13	Статистична теорія надійності. Розв'язання задач з теорії надійності в системі Wolfram Mathematica Cloud.
14	Критерій Пірсона для статистичної перевірки гіпотез. Розподіли Гауса, Пірсона, Ст'юдента. Елементи теорії кореляції.

Контроль виконання завдань, винесених на самостійне опрацювання проводиться в рамках модульного контролю. Бали за цю роботу входять у загальну кількість балів за конкретний модуль.

Методи навчання

Методи навчання:

лекції: проблемний виклад, частково-пошукові та дослідницькі методи, презентації, бесіди і дискусії;

практичні заняття: репродуктивний метод, дослідницький метод;

лабораторні заняття: метод проблемного підходу, дослідницький метод.

Самостійна робота студентів передбачає: конспектування лекційного матеріалу; вивчення теоретичного матеріалу лекційних занять та опрацювання літературних джерел, рекомендованих цією програмою; проведення розрахунків та підготовку звітів з практичних та лабораторних робіт.

Інтерактивні методи навчання: застосуванням електронних мультимедійних комплексів навчальних дисциплін та ресурсів, а також платформи для дистанційного навчання Moodle (<https://moodle.chnu.edu.ua>).

Форми навчальних занять: лекції, лабораторні заняття, практичні заняття, консультації.

Система контролю та оцінювання

Методи контролю

У процесі оцінювання навчальних досягнень застосовуємо методи усного і письмового контролю, зокрема такі **засоби оцінювання** та демонстрування результатів навчання:

- *засоби усного контролю*: індивідуальне опитування, фронтальне опитування, презентації результатів виконаних завдань;
- *засоби письмового контролю*: контрольні роботи, тестування, самостійні роботи, виконання та захист лабораторних;
- *засоби самоконтролю*: уміння самостійно оцінювати свої знання, самоаналіз.

У разі проведення навчального процесу та оцінювання у дистанційній формі використовуються засоби Moodle (у тому числі тестування; <https://moodle.chnu.edu.ua>).

Система оцінювання знань є накопичувальною (складається із суми балів за різними видами здійсненого контролю).

Форми контролю

Основними формами поточного контролю є:

- усні відповіді студентів;
- виконання тестових завдань з метою перевірки рівня засвоєння теоретичного матеріалу за навчальними темами;
- усна відповідь студента при здачі лабораторної роботи;
- виконання модульної контрольної роботи (тестування та розв'язання навчально-професійних задач).

Зазначені форми контролю на лекційних, практичних та лабораторних заняттях є обов'язковими для всіх студентів.

Форма підсумкового контролю – екзамен.

Критерії оцінювання поточного та підсумкового контролю навчальних досягнень студентів

Критерії оцінювання навчальних досягнень студентів за результатами поточного контролю

Критеріями оцінювання навчальних досягнень студентів за результатами поточного контролю є:

- Знання теоретичного матеріалу
- Практичні навички
- Самостійність і критичне мислення
- Якість виконання завдань
- Активність на заняттях
- Дотримання термінів виконання завдань
- Академічна доброчесність

Розподіл балів, які отримують студенти за модулі

Поточне оцінювання (аудиторна та самостійна робота)		Кількість балів (екзамен)	Сумарна к-ть балів
Змістовий модуль №1	Змістовий модуль №2		
T1,T2, T3,T4,T5,T6,T7	T8,T9,T10,T11,T12,T13		
30	30	40	100

T1,T2, T3,T4,T5,T6,T7,T8,T9,T10,T11,T12,T13 – теми змістових модулів.

Критерії підсумкового оцінювання результатів навчання студентів з навчальної дисципліни

Критерієм підсумкового оцінювання є досягнення студентом певних знань передбаченим результатом навчання, коли студент опанував теоретичними та практичними знаннями навчальної дисципліни.

На екзамен виносяться питання теоретичних знань і практичних навиків студентів з навчальної дисципліни. Екзаменаційні білети містять два теоретичних питання і одну практичну задачу.

Теоретичні питання (пункт 1 і 2 білетів) оцінюються максимальною кількістю балів рівною 15 за наступними критеріями:

- ◆ **13-15 балів:** коли студентом дані правильні вичерпні відповіді на всі поставлені запитання, уміло застосовані теоретичні знання, висвітлені питання не за завченою схемою, а своїми словами, з глибоким розумінням всіх основних процесів і явищ електромагнетизму у природі і вимірювальних пристроях.
- ◆ **9-12 балів:** коли студентом дані правильні відповіді на всі поставлені запитання, але відповіді не зовсім повні, в окремих випадках допущені незначні неточності у формулюванні закономірностей чи у записах аналітичних виразів, окремі моменти не дістали належного з'ясування.
- ◆ **6-8 балів:** коли відповідь студента правильна і становить більше половини матеріалу, що містять питання згідно програми, але присутні істотні помилки у поясненні основних явищ електромагнетизму.
- ◆ **0-5 балів:** коли не дано правильні відповіді на поставлені запитання, або відповіді надто поверхові, непослідовні і неточні, виявляють незнання студентом програмного матеріалу, містять грубі помилки, що свідчить про нерозуміння основних понять та явищ електромагнетизму.

Практичне завдання (пункт 3 білетів, тобто задача) оцінюються максимальною кількістю балів рівною 10 за наступними критеріями:

- ◆ **10 балів** – Розв'язок повністю правильний, обґрунтований, оформлений логічно й структуровано. Виконані всі необхідні пояснення, формули застосовані коректно, числовий результат точний.
- ◆ **8-9 балів** – Загалом правильне розв'язання, але є незначні неточності (наприклад, арифметичні помилки або не дуже чітке обґрунтування деяких кроків). Вплив цих помилок на кінцевий результат мінімальний.
- ◆ **6-7 балів** – Основна ідея та метод розв'язку правильні, але є кілька помітних помилок у викладенні, обчисленнях або використанні формул. Відповідь може бути частково правильною.
- ◆ **4-5 балів** – Присутня спроба розв'язати задачу з правильним підходом, але є серйозні помилки або пропуски в розрахунках. Висновки не завжди обґрунтовані.
- ◆ **2-3 бали** – Невірний підхід або значні помилки у використанні фізичних законів. Відповідь неправильна, але є хоча б частково доречні спроби аналізу.
- ◆ **1 бал** – Слабка спроба розв'язання без розуміння суті задачі, випадкові або неправильні формули без логічного пояснення.
- ◆ **0 балів** – Відсутність розв'язку або відповідь не має жодного відношення до задачі.

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Рейтингова оцінка з дисципліни	Оцінка за шкалою ЄКТС	Оцінка за національною шкалою	Залік за національною шкалою
90-100	A	5 (відмінно)	Зараховано
80-89	B	4 (добре)	
70-79	C	4 (добре)	
60-69	D	3 (задовільно)	
50-59	E	3 (задовільно)	

35-49	Fx	2 (незадовільно) з можливістю повторного складання	Не зараховано
1-34	F	2 (незадовільно) з обов'язковим самостійним повторним опрацюванням освітнього компонента до перескладання	

Критерії підсумкової оцінки як показника результатів вивчення навчальної дисципліни

Згідно шкали ЄКТС загальна кількість балів, яку студент може отримати у процесі вивчення дисципліни, становить 100 балів, з яких 60 балів студент набирає при поточних видах контролю і 40 балів – у процесі підсумкового контролю (екзамен).

Таким чином знання студентів оцінюється як з теоретичної, так і з практичної підготовки за такими критеріями:

«А» 90-100 балів ставиться у разі, якщо студент:	– постійно готувався до занять та згідно з програмою дисципліни; – глибоко та всебічно розкривав зміст питань; – показав уміння формулювати висновки, узагальнювати та аналізувати навчальний матеріал; – показав уміння вільно виконувати завдання; – переконливо та логічно викладав матеріал, проявляв творчий підхід до виконання практичних завдань та підготовки до лабораторних робіт; – належним чином виконував завдання для самостійної роботи; – виконав завдання модульного контролю або допуслав при усних відповідях та тестуванні окремі незначні неточності.
«В» 80-89 балів ставиться у разі, якщо студент:	– розкривав згідно з програмою дисципліни зміст питань; – робив узагальнення та висновки з окремих питань; – виконав усі лабораторні роботи; – виконував завдання для самостійної роботи; – виконав завдання модульного контролю, але недостатньо використовував додаткову літературу; – при усних відповідях не досить повно і аргументовано викладав матеріал, а при тестуванні мали місце окремі неточності; – не проявив творчий підхід до виконання індивідуальних завдань та наукових повідомлень.
«С» 70-79 балів ставиться у разі, якщо студент:	– розкривав згідно з програмою дисципліни зміст питань; – формулював висновки з окремих питань практичних занять; – брав участь у виконанні практичних завдань; – виконував завдання для самостійної роботи; – виконав завдання модульного контролю, але допуслав окремі неточності при усних відповідях, тестуванні; – не проявляв належної активності на лекційних та лабораторних заняттях, недостатньо використовував додаткову літературу; неохайно виконував завдання лабораторних робіт.
«D» 60-69 ставиться у разі, якщо студент:	– відповідав на окремі питання, які обговорювалися; – формулював висновки з окремих питань; – виконував завдання для самостійної роботи; – виконав завдання модульного контролю, але допуслав окремі неточності; – не проявляв належної активності на лабораторних заняттях та старанності при виконанні завдань для самостійної роботи; – недостатньо використовував додаткову літературу, не належним чином

студент:	виконав практичні завдання; – виконав не всі завдання для самостійної роботи, або не виконав хоча б одну лабораторну роботу.
«Е» 50-59 балів ставиться у разі, якщо студент:	– відповідав на окремі питання, які обговорювалися; – виконував окремі завдання для самостійної роботи; – виконав завдання модульного контролю, але допускав неточності при усних відповідях (будуючи свою відповідь на звичайному повторенні навчального матеріалу без його осмислення), тестуванні; – не проявляв належної активності на лабораторних заняттях, старанності при виконанні завдань для самостійної роботи; – недостатньо використовував основну та додаткову літературу; – виконав не всі лабораторні роботи; – не належним чином виконував індивідуальні завдання.
«Fх» 35-49 балів ставиться у разі, якщо студент:	– поверхнево розкривав зміст питань, які розглядалися; – допускав суттєві помилки при усних та письмових відповідях; – поверхнево ознайомився з рекомендованою літературою; – частково виконав завдання для самостійної роботи; – не проявляв активності на практичних заняттях; – допускав принципові помилки під час виконання завдань; – не виконував лабораторні роботи; – не виконав завдання модульного контролю.
«F» 1-34 балів ставиться у разі, якщо студент:	– поверхнево розкривав зміст питань, які розглядалися; – допускав суттєві помилки при усних та письмових відповідях, тестуванні; – поверхнево ознайомився з рекомендованою літературою; – не виконав завдання для самостійної роботи; – не виконав практичне завдання; – не виконував лабораторні роботи; – на підсумковому занятті не вміє відтворити зміст окремих питань, передбачених програмою дисципліни; – не виконав завдання модульного контролю.

Перелік питань для самоконтролю та контролю навчальних досягнень студентів з навчальної дисципліни

Питання для поточного контролю

Змістовий модуль 1.

Тема 1. Множини та дії над ними

1. Що таке множина? Наведіть приклади.
2. Опишіть операції об'єднання, перерізу та різниці множин. Як вони реалізуються у Mathematica?
3. Як виглядає діаграма Ейлера-Венна для двох множин?
4. Як можна реалізувати операції над множинами в Mathematica?

Тема 2. Основні поняття теорії ймовірностей

5. Що таке випадкова подія? Наведіть приклади.
6. Які існують різні підходи до визначення ймовірності події? Поясніть кожен з них.
7. Як застосовується класичне визначення ймовірності? Приведіть приклад.
8. У чому полягає різниця між статистичним та геометричним означенням ймовірності?

Тема 3. Елементи комбінаторики

9. Що таке перестановки, розміщення та комбінації? Наведіть приклади задач.
10. Як обчислюються кількість перестановок, розміщень та комбінацій для n елементів?
11. Які функції для комбінаторики реалізовані в Mathematica?
12. Як використовувати функцію **Binomial** у Mathematica для обчислення комбінацій?

Тема 4. Основні теореми теорії ймовірностей

13. Яка формула додавання ймовірностей для двох подій? В чому полягає різниця між взаємно

виключними та не взаємно виключними подіями?

14. Поясніть, як виглядає формула множення ймовірностей для незалежних подій.

15. Як вирішується задача Берштейна? Наведіть приклад.

Тема 5. Надійність системи

16. Що таке надійність системи? Як обчислюється надійність для послідовно з'єднаних елементів?

17. Як розраховувати надійність для паралельно з'єднаних пристроїв?

Тема 6. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

18. Що таке формула повної ймовірності? Як вона використовується для обчислення ймовірностей гіпотез?

19. Як виглядає формула Байєса і для чого вона застосовується?

20. Приведіть приклад задачі, де застосовується формула Байєса.

Тема 7. Послідовності незалежних випробувань. Формула Бернуллі. Граничні теореми

21. Як виводиться формула Бернуллі для ймовірності успіхів у n незалежних випробуваннях?

22. Що таке формула Пуассона та коли її застосовують?

23. Як працює теорема Лапласа в контексті ймовірностей для незалежних випробувань?

Змістовий модуль 2.

Тема 8. Числові характеристики випадкових величин

1. Що таке математичне сподівання випадкової величини? Наведіть приклад.

2. Як обчислюється дисперсія та середньоквадратичне відхилення випадкової величини?

3. Що таке центральні та початкові моменти випадкової величини? Як їх обчислюють?

4. Які властивості математичного сподівання та дисперсії?

Тема 9. Розподіли випадкових величин

5. Охарактеризуйте рівномірний розподіл. Наведіть приклад.

6. Які особливості біномного розподілу та де він застосовується?

7. В чому полягає відмінність між геометричним та розподілом Пуассона?

8. Як виглядає показниковий розподіл і для чого його використовують?

9. Які характеристики має гіпергеометричний розподіл і коли він застосовується?

Тема 10. Імовірнісна твірна функція. Послідовність незалежних випробувань із різними ймовірностями

10. Що таке імовірнісна твірна функція випадкової величини? Наведіть приклад.

11. Як застосовуються послідовності незалежних випробувань з різними ймовірностями у задачах ймовірності?

Тема 11. Багатовимірні випадкові величини

12. Як визначається закон розподілу ймовірностей двовимірної дискретної випадкової величини?

13. Що таке функція розподілу двовимірної випадкової величини та які її властивості?

14. Як виглядає густина розподілу ймовірностей для двовимірної випадкової величини?

15. Що таке умовні закони розподілу для залежних і незалежних випадкових величин?

16. Як визначається коефіцієнт кореляції для двох випадкових величин?

Тема 12. Закони великих чисел

17. В чому полягає лема та нерівність Чебишева? Як вони застосовуються в задачах ймовірності?

18. Що таке теорема Чебишева та в яких випадках її використовують?

19. Як виглядає теорема Бернуллі та як вона застосовується до відносних частот?

20. Поясніть, що таке центральна гранична теорема Ляпунова і як вона застосовується в статистиці?

Тема 13. Основні поняття математичної статистики

21. Що таке генеральна та вибіркова сукупність? Які способи їх утворення?

22. Як визначається статистичний розподіл вибірки? Які його властивості?

23. Що таке емпірична функція розподілу та як її можна побудувати?

24. Як на основі вибірки будувати графічне зображення статистичних розподілів (полігон, гістограма)?

25. Як обчислюються числові характеристики вибірки? Наведіть приклад.

Питання для підсумкового контролю

1. Описати ймовірність випадкової події за класичним, статистичним та геометричним означенням.
2. Пояснити основні операції над множинами та їх застосування в задачах на ймовірність.
3. Навести приклади задач, де застосовуються операції об'єднання, перерізу та різниці множин.
4. Розв'язати комбінаторну задачу, використовуючи формули для перестановок та комбінацій.
5. Застосувати теорему додавання ймовірностей до конкретної задачі з ймовірностями.
6. Розв'язати задачу на множення ймовірностей для залежних та незалежних подій.
7. Описати методiku оцінки надійності складної системи з послідовно та паралельно з'єднаними пристроями.
8. Використовуючи формулу повної ймовірності, обчислити ймовірність певної події. Застосувати формули Байєса.
9. Розв'язати задачу для послідовних незалежних випробувань, використовуючи формули Бернуллі, Пуассона та Лапласа.
10. Визначити числові характеристики для дискретних та неперервних випадкових величин.
11. Пояснити, як знаходиться математичне сподівання випадкової величини та обчислити його для конкретного розподілу.
12. Розрахувати дисперсію та середньоквадратичне відхилення для заданої випадкової величини.
13. Описати основні розподіли для дискретних випадкових величин (рівномірний, біномний, геометричний, Пуассона) та розв'язати задачу на кожен з них.
14. Охарактеризувати функцію розподілу ймовірностей двовимірної випадкової величини та розв'язати задачу на двовимірний розподіл.
15. Знайти кореляційний момент і коефіцієнт кореляції для двох випадкових величин.
16. Використати лему Чебишева для оцінки варіативності середніх значень у конкретному прикладі.
17. Розв'язати задачу на застосування теореми Чебишева для оцінки варіативності в розподілі.
18. Застосувати центральну граничну теорему Ляпунова для апроксимації ймовірностей у практичних задачах.
19. Описати методи побудови емпіричної функції розподілу вибірки та її графічне зображення.
20. Оцінити числові характеристики вибірки та провести їх графічне зображення у вигляді гістограми.
21. Визначити генеральну та вибіркoву сукупність, розглянути їх відмінності на практичних прикладах.
22. Використовуючи комбінаторні методи, розв'язати задачу, що пов'язана з ймовірністю події.
23. Пояснити, як визначаються умовні ймовірності для залежних подій, і розв'язати задачу з умовною ймовірністю.
24. Пояснити, як визначається математичне сподівання для суми або добутку випадкових величин.
25. Розв'язати задачу на застосування залежності між математичним сподіванням та дисперсією для незалежних випадкових величин.
26. Охарактеризувати ймовірнісну твірну функцію та розв'язати задачу на її застосування.
27. Розв'язати задачу на комбінаторні обчислення (розміщення, перестановки, комбінації) та їх ймовірнісне застосування.
28. Описати нормальний закон розподілу для двовимірної випадкової величини та розв'язати відповідну задачу.
29. Розв'язати задачу з використанням формули Байєса для статистичного висновування.
30. Оцінити параметри статистичних розподілів на основі вибіркових даних.

Зарахування результатів неформальної освіти

Відповідно до «Положення про взаємодію формальної та неформальної освіти, визнання результатів навчання (здобутих шляхом неформальної та/або інформальної освіти, в системі формальної освіти) у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича (протокол № 109 від 28 березня 2022 року) (<https://www.chnu.edu.ua/media/Zaykf41y/polozhennia-pro-vzaiemodiiu-formalnoi-ta-neformalnoi-osvity.pdf>) у процесі вивчення дисципліни здобувачу освіти може бути зараховано до 25% балів, отриманих за результатами неформальної та/ або інформальної освіти з проблем, що відповідають тематиці курсу.

Рекомендована література

Основна література

1. Головацький В.А., Головацький І.В. Теорія ймовірності на основі Wolfram Mathematica: навчальний посібник/ В. А. Головацький, І. В. Головацький. – Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2025. – 204 с. <https://archer.chnu.edu.ua/xmlui/handle/123456789/12056>
2. Ясинський В.К. Вибрані лекції теорії ймовірностей для інженерних і природничих спеціальностей. – Чернівці: Прут, 2001. – 270 с.
3. Валь О.Д., Королюк С.Л., Мельничук С.В. Теорія ймовірностей ... від найпростішого. – Чернівці: Книги XXI, 2004. – 160 с.
4. Лавренчук В.П., Готинчан Т.І., Дронь В.С., Кондур О.С. Вища математика, частина 2. – Чернівці: Рута, 2000. – 208 с.

Додаткова література

1. Васильків І. М. Основи теорії ймовірностей і математичної статистики : навч. посібник. – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2020. – 184 с.
2. Огірко О. І., Галайко Н. В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Львів: ЛьвДУВС, 2017. –292 с.
3. Ярхо Т. О. Теорія ймовірностей для професійно - математичної підготовки бакалаврів технічного профілю. Харків: ХНАДУ, 2017.–84 с.
4. Жильцов О. Б. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах. Київ: Київ. ун-т ім. Б. Грінченка, 2015. –336с.
5. Барковська Н. В., Лопатін О. К. Теорія імовірностей та математична статистика. Київ: Центр учбової літератури, 2010. –424 с.
6. Кушлик-Дивульська О. І., Полішук Н. В., Орел Б. П., Штабальок П. І. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб./– К: НТУУ «КПІ», 2014. – 212 с.
7. Ясній О. П., Валяшек Б. В., Крива Н. Р. Теорія ймовірностей та математична статистика / Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни. Тернопіль: Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, – 2020. –76 с.

Інформаційні ресурси

1. <https://moodle.chnu.edu.ua/course/view.php?id=6763> – дистанційне навчання.
2. Wolfram cloud. Integrated Access to Computational Intelligence. – Режим доступу: <https://www.wolframcloud.com/>
3. Exploring the Tails of the Normal Distribution. – Режим доступу: <https://demonstrations.wolfram.com/ExploringTheTailsOfTheNormalDistribution/>
4. Теоретичні основи теорії ймовірностей та комбінаторики. – Режим доступу: <https://poznayka.org/s123143t2.html>
5. Завдання теорії ймовірностей. Основні поняття. – Режим доступу: <https://yukhym.com/uk/vipadkovi-podiji/osnovni-ponyattya-teoriji-jmovirnostej.html>
6. Теорія ймовірності. Львівський нац. унів. ім. І. Франко – Режим доступу: <https://studfile.net/preview/9891665/#9891665>
7. Тичинська Л.М., Черепашук А. А. Теорія ймовірностей – Режим доступу: https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fitki/4tichinska_teoriya_jmovirnostej/z.htm

Політика щодо академічної доброчесності

Дотримання політики щодо академічної доброчесності учасниками освітнього процесу при вивченні навчальної дисципліни регламентовано такими документами:

- «Етичний кодекс Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича»

<https://www.chnu.edu.ua/media/jxdfs0zb/etychnyi-kodeks-chernivetskoho-natsionalnoho-universytetu.pdf>

- «Положення про виявлення та запобігання академічного плагіату у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича»

https://www.chnu.edu.ua/media/f5eleobm/polozhennya-pro-zapobihannia-plahiatu_2024.pdf

Дотримання академічної доброчесності передбачає:

- самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);

- посилення на джерела інформації у разі використання не авторських ідей, розробок, тверджень, відомостей і т.п.;

- дотримання норм законодавства про авторське право і суміжні права;

- надання достовірної інформації про результати власної наукової діяльності, використанні методики досліджень і джерела інформації.

Порушенням академічної доброчесності вважається:

- академічний плагіат – оприлюднення (частково або повністю) наукових (творчих) результатів, отриманих іншими особами, як результатів власного дослідження (творчості) та/або відтворення опублікованих текстів (оприлюднених творів мистецтва) інших авторів без зазначення авторства;

- фабрикація – вигадкування даних чи фактів, що використовуються в наукових дослідженнях;

- фальсифікація – свідомо зміна чи модифікація вже наявних даних, що стосуються наукових досліджень.

За порушення академічної доброчесності здобувачі освіти можуть бути притягнені до такої академічної відповідальності:

- повторне проходження оцінювання (модульний контроль, іспит, залік тощо);

- повторне проходження відповідного освітнього компонента освітньої програми.